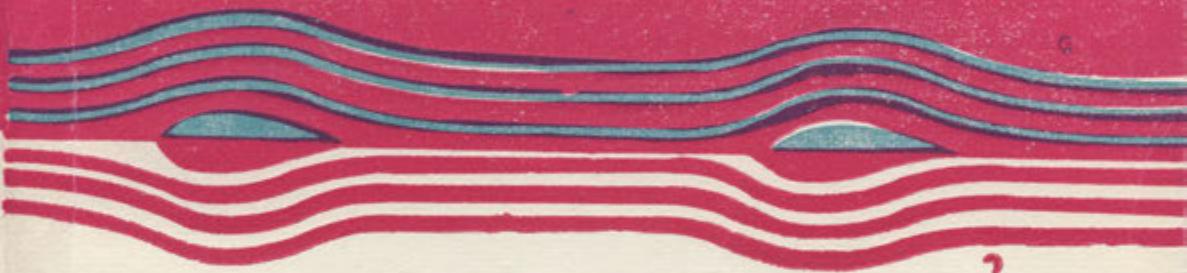


ВСЕСОЮЗНЫЙ МЕЖВУЗОВСКИЙ НАУЧНЫЙ СБОРНИК

# ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА И ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ



выпуск 28

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени 300-летия  
ВОССОЕДИНЕНИЯ УКРАИНЫ С РОССИЕЙ

# ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА И ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

МЕЖВУЗОВСКИЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

Выпуск 28

ДНЕПРОПЕТРОВСК, ДГУ  
1981

## ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 531.781:539.319

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОН МИКРОСКОЛЬЖЕНИЯ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ КАЧЕНИИ ЦИЛИНДРОВ

В. И. МОССАКОВСКИЙ, В. В. ПЕТРОВ, А. В. СЛАДКОВСКИЙ,

Днепропетровск

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что взаимодействие катящихся цилиндров разных радиусов, наличие тягового усилия или различие упругих характеристик контактирующих тел приводят к образованию на контактной поверхности участков скольжения и сцепления — так называемое явление микроскольжения. Доказано, что явление микроскольжения при стационарном качении влияет на процесс сопротивления качению, износа и усталостного разрушения поверхностей контактирующих образцов. Однако и в настоящее время вопрос о количестве зон скольжения и сцепления, их величине и расположении, их влиянии на износ поверхности, величину трения качения и другие факторы является открытым. В работе [1] приведен обзор работ, в которых изучалось явление микроскольжения как теоретически, так и экспериментально. Из обзора следует, что для качения упруго-симметричных цилиндров существует несколько теоретических решений задачи (например, [2], [3]) на основе двухзонной гипотезы Картера-Фромма, утверждающей, что зона контакта делится на участок сцепления и участок скольжения, причем участок сцепления примыкает к переднему краю контакта.

Авторами в работах [1], [4], [5] получено косвенное подтверждение справедливости двухзонной гипотезы. Была разработана методика обнаружения явления микроскольжения на поверхности взаимодействующих тел при качении, основанная на усовершенствованном способе специальной тензометрии. Для исследования деформированного состояния приконтактной области катящегося цилиндра на боковой поверхности его наклеивались малобазные тензорезисторы, установленные под углом  $45^\circ$  к радиусу исследуемого цилиндра. Недостатком данного метода являлось то, что опрашиваемые тензорезисторы давали показания, усредненные по сравнительно большим глубинам ( $0,3 \text{ в} \div 0,5 \text{ в}$ , где  $\text{в}$  — полуширина контакта), а не поверхностные. Между тем известно из сравнения [1] с теоретическими решениями, что влияние зон микроскольжения заметно на малой глубине  $y \leq 0,15 \text{ в}$  и быстро уменьшается с глубиной. Таким образом, данная методика позволила только косвенно оценивать явление микроскольжения и по распределению деформаций в приповерхностных слоях судить о поверхностных эффектах. К недостаткам следует также отнести сравнительно небольшую величину контактной зоны ( $\sim 2 \text{ мм}$ ), которая была получена на экспериментальной установке.

Итак, целью данной работы стало получение уточненных данных при экспериментальных исследованиях перекатывания упруго-симметричных и асимметричных цилиндров и сравнение этих результатов с известными теоретическими. В результате анализа предыдущих работ были выявлены сдерживающие дальнейшее изучение контактных явлений узкие места, устранение которых дало толчок к приведенным в данной статье исследованиям.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Увеличение контактной зоны возможно двояким образом: за счет увеличения диаметров цилиндров и за счет уменьшения модулей упругости  $E_i$  ( $i=1, 2$ ) материалов цилиндров. На величину сжимающего усилия обычно наложены ограничения либо пределами упругости материалов, либо конструкционными особенностями установок. В данной работе спроектирована и изготовлена установка для моделирования процесса перекатывания цилиндров, позволяющая исследовать стационарное свободное и тяговое качение цилиндров диаметрами до 500 мм. На рис. 1 приведена схема данной установки.

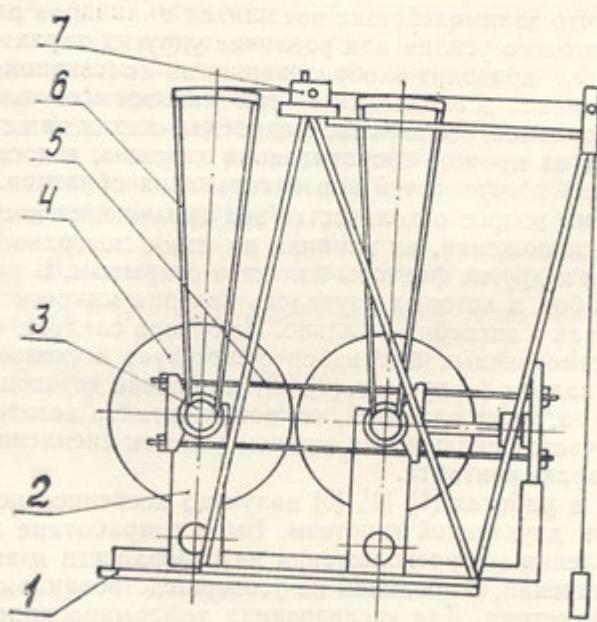


Рис. 1. Установка для моделирования процесса перекатывания цилиндров

Установка состоит из основания 1, на котором установлены опоры 2, где, укрепленные на валах 3, имеют возможность вращаться цилиндрические образцы 4. Тяговое приспособление 5 позволяет проводить нагружение сжимающим усилием, а моментное приспособление 6 задает постоянный тяговый момент на ведущем колесе. Вращением рукоятки 7 осуществляется плавное перекатывание цилиндров. В том случае, если тяговый момент превосходит критическое значение для данной фрикционной пары, происходит относительный сдвиг цилиндрических образцов. На данной установке возможно применение сменных образцов толщиной  $30 \pm 100$  мм.

### 3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ КОНТАКТНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Для исследования контактных деформаций были применены цилиндрические образцы ( $d=500$  мм,  $h=50 \pm 70$  мм) из текстолита, гуммированного слоем резины по образующей. Толщина слоя резины — 25 мм, ее модуль упругости  $E=94,4$  кг/см<sup>2</sup> и коэффициент Пуассона  $\nu=0,48$ . Исследовалось перекатывание упруго-симметричных цилиндров (фрикционная пара резина—резина) и асимметричных цилиндров — обрезиненного цилиндра по цилиндру из полистирола ( $d=500$  мм,  $h=100$  мм,  $E=35000$  кг/см<sup>2</sup>,  $\nu=0,24$ ). Использование обрезиненных колес большого диаметра позволило увеличить площадку контакта ( $b=10$  мм) и исследовать контактные деформации непосредственно в зоне контакта.

Исследуется контакт обрезиненного колеса с колесом из полистирола, на которые действует сжимающее усилие  $P$ , тяговый момент  $M$  и которые вращаются с угловой скоростью  $\omega$ . Обрезиненное колесо — ведомое. Стандартные тензорезисторы МПБ—1, 2, 3; МПТ—1, 2, 3 и 2ФКПА—5—200ГВ наклеивались по центру цилиндрической поверхности образцов так, чтобы тензочувствительный элемент был расположен в направлении качения. Показания датчиков  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  (обозначение по аналогии с предыдущими работами,  $90^\circ$  — угол тензочувствительного элемента по отношению к радиусу цилиндра) фиксировались при помощи двухкоординатного потенциометра, где на координату  $x$  выводились показания датчика угла поворота. Данные деформации представляют собой осредненные по длине тензочувствительного элемента контактные деформации  $\varepsilon_{xx}(x, y)$  при  $y=0$ , а также добавочные деформации «смятия» датчика  $\varepsilon'$  от действия на него контактного давления. Пусть  $l$  — база тензорезистора, тогда

$$\varepsilon_{90^\circ}(x) = \frac{1}{l} \int_l \varepsilon_{xx}(x, 0) dx + \varepsilon'(x). \quad (1)$$

Необходимо выяснить, какой вклад деформаций  $\varepsilon'(x)$  в суммарные показания тензорезистора  $\varepsilon_{90^\circ}$ . Для этого датчик наклеивался на жесткое колесо из полистирола ( $E$  полистирола  $>> E$  резины), таким образом первое слагаемое в (1) исключалось и в результате прокатывания получали распределение  $\varepsilon_{90^\circ}(x) = \varepsilon'(x)$ . Сравнивая с результатами для датчика на упругом колесе (1), можно было сделать вывод, что деформации смятия составляют менее 6% от суммарных и распределены по параболическому закону в соответствии с нормальным давлением.

Следует отметить, что описанное наклеивание тензорезистора на контактную поверхность приводит к локальному изменению коэффициента трения скольжения и армированию контактной поверхности. Для количественного сравнения результатов эксперимента с теорией такое влияние датчика необходимо учесть, но на этапе качественного эксперимента это было опущено.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

#### 4.1. Случай упруго-асимметричных цилиндров

На рис. 2 приведены экспериментальные кривые, полученные для фрикционной пары полистирол-резина (контакт жесткого колеса с упругим) на ведомом колесе. Использование полистирола повышенной прозрачности позволило визуально фиксировать момент входа и выхода тензорезистора из контактной зоны, что дало возможность определить

на кривых ее положение. Каждая кривая соответствует определенному тяговому моменту  $M$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ ) при фиксированной величине сжимающего усилия  $P$ .

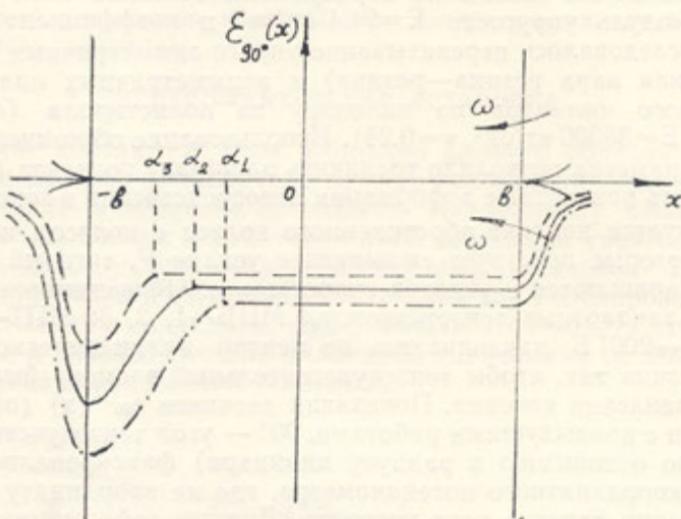


Рис. 2. Экспериментальные кривые  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  для фрикционной пары полистирол—резина при  $P=\text{const}$ . Ведомое колесо  $\cdots\cdots\cdots M_1$ ;  $\ldots\ldots\ldots M_2$ ;  $—\cdots M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

В зоне сцепления должно выполняться граничное условие

$$\Delta \frac{\partial u}{\partial x}(x, 0) = \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial x} = \text{const}, \quad (2)$$

где  $u_i(x, 0)$  — перемещение поверхностей точки ( $y=0$ )  $i$  — цилиндр с координатой  $x$  в направлении  $x$ . Так как первый цилиндр (полистирол) жесткий, то  $\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$ . Тогда условие (2) записывается в виде  $\frac{\partial u}{\partial x} = \text{const}$ ,

или в зоне сцепления  $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_2}{\partial x} = \text{const}$ . Используя соотношение

(1) и пренебрегая  $\varepsilon'$ , можно утверждать, что отбрасывая малые участки на краю зоны сцепления, в ней должно выполняться условие  $\varepsilon_{90^\circ}(x) = \text{const}$ . Это позволяет явно определить на кривых  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  участки сцепления, тогда, зная положение входа и выхода из контакта, определяются и участки скольжения.

Как видно из приведенных графиков, участки сцепления ( $\alpha_i, b$ ) призывают к переднему краю контакта. Деформация  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  на них постоянна,  $\alpha_i$  — координаты точек раздела зон скольжения и сцепления,  $(-b, \alpha_i)$  — участки скольжения. При увеличении величины тягового момента  $M$  зона скольжения  $(-b, \alpha_i)$  увеличивается за счет зоны сцепления. Величина максимальной деформации сжатия (минимум кривой), которая достигается в точке выхода из контакта  $-b$ , увеличивается с ростом  $M$ . Таким образом, в случае упруго-асимметричных цилиндров имеем двухзонную картину распределения зон микроскольжения.

На рис. 3 приведены кривые, аналогичные рис. 2, полученные в том случае, если обрезиненное колесо является ведущим.

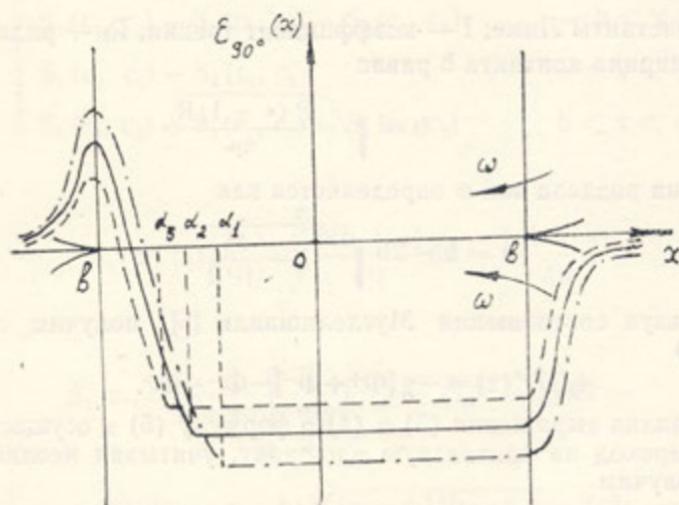


Рис. 3. Экспериментальные кривые  $\varepsilon_{90^\circ}$  (x) для фрикционной пары полистирол—резина при  $P = \text{const}$ . Ведущее колесо —  $M_1$ ;  $M_2$ ;  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

Испытуемый образец прокатывался при одной и той же нагрузке  $M$  и  $P$  несколько раз по моменту и против момента. Таким образом, при прямом прокате колесо являлось ведомым, а при обратном — ведущим. Было проведено более 100 прокатов в прямом и обратном направлении, которые показали хорошую повторяемость результатов.

#### 4.2. Случай упруго-симметричных цилиндров.

##### Определение распределения деформаций на контактной площадке

Используя известное решение Глаголева [3], определим комплексные функции  $\Phi(z)$  и  $\bar{\Phi}(z)$ , при помощи которых можно вычислить распределение деформаций на контактной площадке:

$$\Phi(z) = \frac{\mu f_1}{R(z+1)} \left[ \sqrt{b^2 - z^2} + \frac{2}{f_1} \sqrt{b^2 - z^2} - \right. \\ \left. - \sqrt{(z-\alpha)(b-z)} + \frac{i(b+\alpha)}{2} \right]; \quad (3)$$

$$\bar{\Phi}(z) = \frac{\mu f_1}{R(z+1)} \left[ \sqrt{b^2 - z^2} - \frac{2}{f_1} \sqrt{b^2 - z^2} - \right. \\ \left. - \sqrt{(z-\alpha)(b-z)} + \frac{i(b+\alpha)}{2} \right], \quad (4)$$

где

$$\chi = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu}; \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$\lambda, \mu$  — константы Ляме;  $f$  — коэффициент трения;  $R_i$  — радиусы колес.  
Полуширина контакта  $b$  равна

$$b = \sqrt{\frac{P(\chi + 1)R}{\pi\mu}}.$$

Граница раздела зон  $\alpha$  определяется как

$$\alpha = b - 2b \sqrt{1 - \frac{M}{fPR}}.$$

Используя соотношения Мусхелишвили [6], получим выражение для  $U^{+'}(z)$

$$4\mu U^{+'}(z) = -\chi [\Phi^+ + \Phi^-] - \Phi^- - \Phi^+. \quad (5)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в формулу (5) и осуществляя предельный переход на контактную площадку, учитывая неоднозначность корней, получим

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \begin{cases} f \frac{(b + \alpha)}{4R} - \frac{f}{2R} \sqrt{(\alpha - x)(b - x)} + \frac{f}{2R} \sqrt{x^2 - b^2} & \text{при } -\infty < x \leq -b \\ f \frac{(b + \alpha)}{4R} - \frac{f}{2R} \sqrt{(\alpha - x)(b - x)} - \frac{\alpha - 1}{R(\chi + 1)} \sqrt{b^2 - x^2} & \text{при } -b \leq x \leq \alpha \\ f \frac{(b + \alpha)}{4R} - \frac{\alpha - 1}{R(\chi + 1)} \sqrt{b^2 - x^2} & \text{при } \alpha \leq x \leq b \\ f \frac{(b + \alpha)}{4R} + \frac{f}{2R} \sqrt{(\alpha - x)(b - x)} - \frac{f}{2R} \sqrt{x^2 - b^2} & \text{при } b \leq x < +\infty. \end{cases} \quad (6)$$

Соотношения (6) получены для ведомого колеса. Подставляя во все формулы вместо  $M$  и  $f$  значения  $-M$  и  $-f$ , получим аналогичные соотношения для ведущего колеса.

#### 4.3. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для случая упруго-симметричных цилиндров

Для сравнения теоретических результатов с экспериментальными получим теоретическое распределение  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор.}}(x)$ , для чего подставим соотношения (6) в формулу (1), где пренебрегаем  $\varepsilon'$ . Тензорезистор с базой  $l$ , который прокатывается через контакт, имеет текущую координату  $x$ , совпадающую с центром тензочувствительного элемента. Тогда интегрирование проводим в пределах от  $c_2 = x - l/2$  до  $c_1 = x + l/2$  или

$$\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор.}}(x) = \frac{1}{l} \int_{c_2}^{c_1} \varepsilon_{xx} dx. \quad (7)$$

В результате получим соотношения

$$\epsilon_{90^\circ(x)}^{\text{теор}} = \begin{cases} S_1(c_1, c_2) - S_2(c_1, c_2) + S_3(c_1, c_2) & -\infty < x < -b \\ S_1(c_1, c_2) - S_2(c_1, c_2) - S_4(c_1, c_2) & -b < x < a \\ S_1(c_1, c_2) - S_4(c_1, c_2) & a < x < b \\ S_1(c_1, c_2) + S_2(c_1, c_2) - S_3(c_1, c_2) & b < x < +\infty, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$S_1(c_1, c_2) = \frac{1}{l} \int_{c_2}^{c_1} \frac{f(b+x)}{4R} dx = \frac{f(b+a)}{4R};$$

$$S_2(c_1, c_2) = \frac{1}{l} \int_{c_2}^{c_1} \frac{f}{2R} \sqrt{(a-x)(b-x)} dx =$$

$$= \frac{f}{16R(c_1 - c_2)} \left[ 2(2c_1 - a - b) \sqrt{(a - c_1)(b - c_1)} - 2(2c_2 - a - b) \times \right.$$

$$\times \sqrt{(a - c_2)(b - c_2)} + (4ab - (a + b)^2) \ln \times$$

$$\times \ln \frac{2\sqrt{(a - c_1)(b - c_1)} + 2c_1 - a - b}{2\sqrt{(a - c_2)(b - c_2)} + 2c_2 - a - b} \left. \right];$$

$$S_3(c_1, c_2) = \frac{1}{l} \int_{c_2}^{c_1} \frac{f}{2R} \sqrt{x^2 - b^2} dx =$$

$$= \frac{f}{4R(c_1 - c_2)} \left[ c_1 \sqrt{c_1^2 - b^2} - c_2 \sqrt{c_2^2 - b^2} - \right.$$

$$\left. - b^2 \ln \frac{\sqrt{c_1^2 - b^2} + c_1}{\sqrt{c_2^2 - b^2} + c_2} \right];$$

$$S_4(c_1, c_2) = \frac{1}{l} \int_{c_2}^{c_1} \frac{z-1}{R(z+1)} \sqrt{b^2 - x^2} dx =$$

$$= \frac{z-1}{2R(z+1)(c_1 - c_2)} \left[ c_1 \sqrt{b^2 - c_1^2} - c_2 \sqrt{b^2 - c_2^2} + \right.$$

$$\left. + b^2 \arcsin \frac{c_1}{b} - b^2 \arcsin \frac{c_2}{b} \right].$$

Данные соотношения были затабулированы на ЭЦВМ с учетом случая, когда датчик проходит особые точки ( $-b$ ,  $a$  и  $b$ ). Полученные графики приведены на рис. 4 для постоянного сжимающего усилия  $P$  и

переменных тяговых моментов  $M_1 (M_1 > M_2 > M_3)$  на ведомом колесе. Эти распределения получены для сравнения с экспериментальными кривыми рис. 6 для того, чтобы на экспериментальных кривых определить

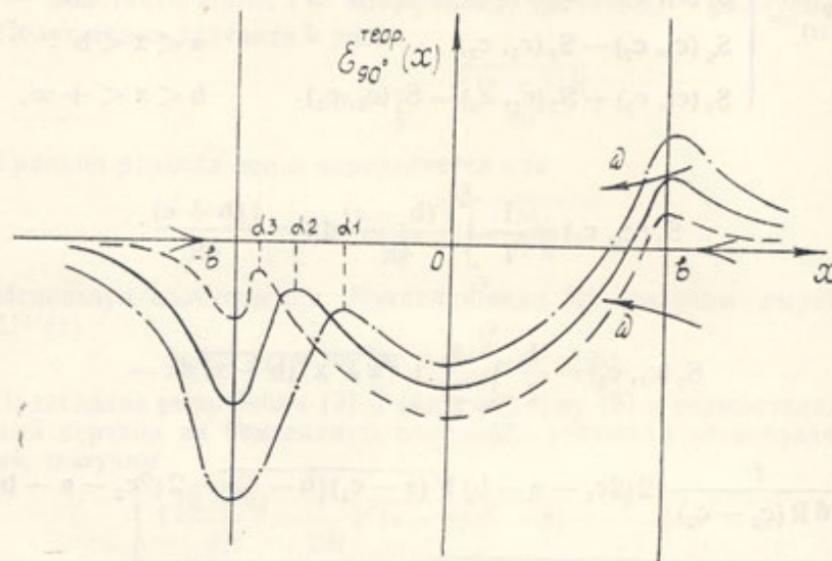


Рис. 4. Распределение деформаций  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор}}(x)$  для фрикционной пары резина—резина при  $P=\text{const}$ . Ведомое колесо — ······  $M_1$ ;  
—···  $M_2$ ; ———  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

характерные точки и участки, так как в данном случае определить визуально границы контакта можно лишь очень приближенно, а граница раздела зон также не может быть явно определена, как в случае контакта жесткого и упругого цилиндров.

Сравнивая приведенные на рис. 5 экспериментальные кривые с теоретическими, делаем вывод о хорошем качественном соответствии двухзонной гипотезы и расчете по ней с опытными результатами. Максимум

$$\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор}}(b) \approx \frac{f(b-\alpha)}{4R}$$

точно определяет точку входа в контакт. Экспериментальные кривые имеют в этой точке максимум. Небольшое отличие экспериментальных результатов в том, что перед входом в контакт образуется волна, фиксируемая тензорезистором. Теоретический «датчик»

ее не отражает. Локальный максимум  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор}}(\alpha) \approx \frac{f(b+\alpha)}{4R}$

$$-\frac{x-1}{R(x+1)} \sqrt{b^2 - x^2}$$

дает границу раздела зон  $\alpha$ . На участке сцепления

$(\alpha, b)$  деформации распределены по параболическому закону с минимумом в центре контакта ( $x=0$ ). Теоретические и экспериментальные кривые имеют два минимума в центре площадки контакта и на выходе ( $x=-b$ ). При различных тяговых моментах первый минимум может быть либо больше, либо меньше второго. Однако с возрастанием тягового момента  $M$  значение  $\varepsilon_{90^\circ}(-b)$  возрастает быстро по модулю. С ростом  $M$  увеличивается также величина зоны скольжения  $(-b, \alpha)$  за счет зоны сцепления. Вне зоны контакта  $(-b, b)$  деформации затухают.

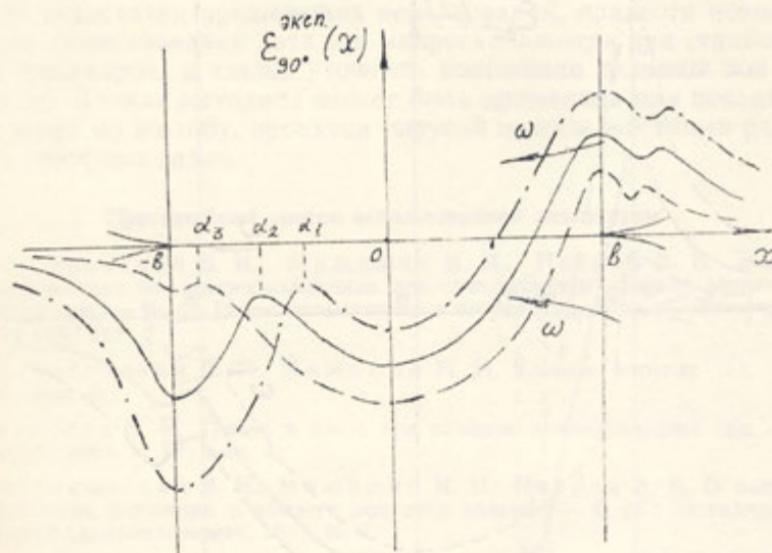


Рис. 5. Экспериментальные кривые  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{эксп.}}(x)$  для фрикционной пары резина—резина при  $P=\text{const}$ . Ведомое колесо —  $M_1$ ; —  $M_2$ ; —  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

На рис. 6 и 7 приведены теоретические и экспериментальные кривые соответственно для ведущего колеса. Можно привести рассуждения

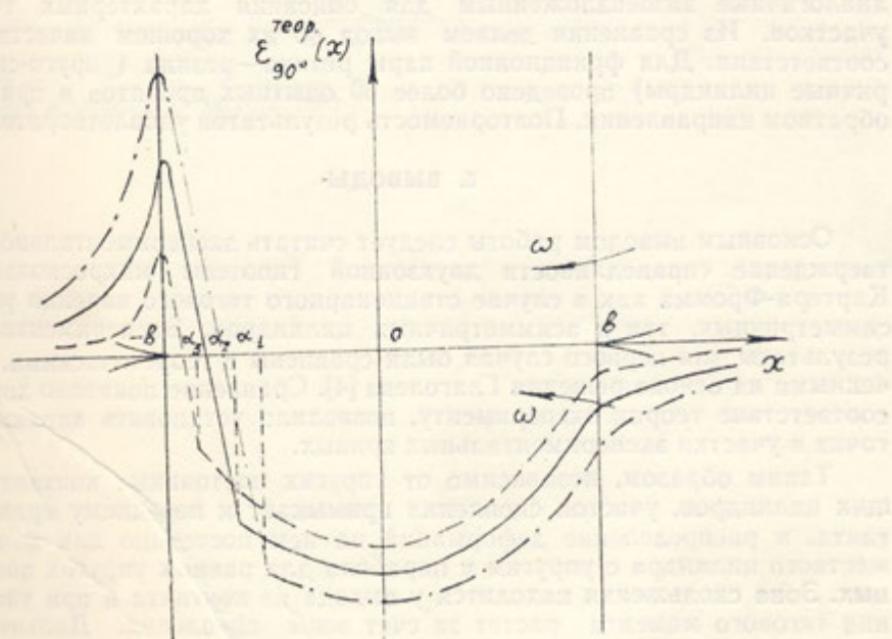


Рис. 6. Распределение деформаций  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{теор.}}(x)$  для фрикционной пары резина—резина при  $P=\text{const}$ . Ведущее колесо —  $M_1$ ; —  $M_2$ ; —  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

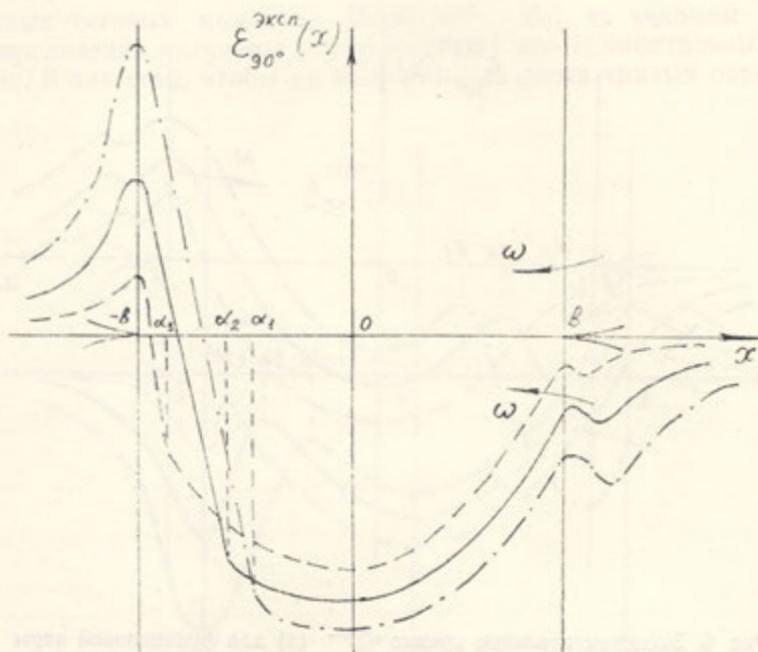


Рис. 7. Экспериментальные кривые  $\varepsilon_{90^\circ}^{\text{эксп.}}(x)$  для фрикционной пары резина—резина при  $P = \text{const}$ . Ведущее колесо —  $M_1$ ;  $M_2$ ;  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

аналогичные вышеприведенным для описания характерных точек и участков. Из сравнения делаем вывод об их хорошем качественном соответствии. Для фрикционной пары резина—резина (упруго-симметричные цилиндры) проведено более 50 опытных прокатов в прямом и обратном направлении. Повторяемость результатов удовлетворительная.

## 5. ВЫВОДЫ

Основным выводом работы следует считать экспериментальное подтверждение справедливости двухзонной гипотезы микроскольжения Картера-Фромма как в случае стационарного тягового качения упруго-симметричных, так и асимметричных цилиндров. Экспериментальные результаты для первого случая были сравнены с теоретическими, полученными на основе решения Глаголева [4]. Сравнение показало хорошее соответствие теории эксперименту, позволило установить характерные точки и участки экспериментальных кривых.

Таким образом, независимо от упругих постоянных контактирующих цилиндров, участок скрепления примыкает к переднему краю контакта, а распределение деформаций на нем постоянно для контакта жесткого цилиндра с упругим и парабола для равных упругих постоянных. Зона скольжения находится у выхода из контакта и при увеличении тягового момента растет за счет зоны скрепления. Дальнейшим направлением работы должно быть количественное сравнение экспериментальных результатов с теоретическими для упруго-симметричных цилиндров, а также теоретический расчет задачи о тяговом качении упругого колеса по жесткому и его сравнение с экспериментом.

Разработанная экспериментальная установка и методика позволили устранить недостатки предыдущих исследований, привести новые доказательства существования двух зон микроскольжения при стационарном качении цилиндров, а также уточнить положение границы зон микроскольжения. Данная методика может быть применена при исследовании качения шара по желобу, прокатки упругой полосы жесткими роликами и других подобных задач.

**Приставной список использованной литературы**

1. Массаковский В. И., Мицишин И. И., Петров В. В. Экспериментальное определение зон микроскольжения при стационарном качении упруго-симметрических цилиндров. — В сб.: Гидроаэромеханика и теория упругости. — Днепропетровск: ДГУ, 1979, вып. 24.
2. Массаковский В. И., Мицишин И. И. Качение упругих тел. — ПММ, 1967, т. 31, вып. 5.
3. Глаголев Н. И. Трение и износ при качении цилиндрических тел. — Инженерный журнал, 1964, т. IV, вып. 4.
4. Массаковский В. И., Мицишин И. И., Петров В. В. О напряженно-деформированном состоянии в области контакта валков. — В сб.: Металлургическая и горнорудная промышленность, 1974, № 2.
5. Петров В. В., Тимченко Н. П. Экспериментальное исследование деформированного состояния приконтактной области катящихся цилиндров. — В сб.: Гидроаэромеханика и теория упругости. — Днепропетровск: ДГУ, 1976.
6. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — 5-е изд. — М.: Наука, 1966.

# СОДЕРЖАНИЕ

## ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА

Лихачев В. Н. Определение профиля сферической ударной волны в жидкости	3
Дэвидсон В. Е., Савит Ю. П. Плановая задача обтекания затопленной симметричной преграды в русле	9
Карпуш А. Т., Чечко Г. А. Условия равновесия слоя жидкости на горизонтальной плоскости с щелевым отверстием	18
Капустин Е. А., Ленцов И. А., Нещерет П. А., Шлик О. Э. Обратная акустическая связь сверхзвуковых струй при различных режимах истечения	23
Гироль А. П., Мельничук С. А. Ламинарная полуограниченная неизотермическая струя на пористой поверхности	28

## ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Моссаковский В. И., Петров В. В., Сладковский А. В. Определение зон микроскольжения при стационарном качении цилиндров	35
Моссаковский В. И., Беркович П. Е., Рыбка В. М. Смешанная осесимметричная задача о круговом разрезе в плоскости соединения двух различных упругих полупространств	46
Андреев Л. В., Дышко А. Л., Павленко И. Д. Динамические характеристики оболочек с дискретными включениями	54
Андранинов И. В. Нелинейные колебания стрингерных оболочек при учете дискретности подкрепляющего набора	66
Андранинов И. В., Лобода В. В. О влиянии ширины ребра на напряженное состояние подкрепленной пластины	71
Бараненко В. А. Совместное использование методов конечных элементов и динамического программирования в оптимальном проектировании конструкций	76
Гниченко Н. Н., Ройтман А. Б., Шамровский А. Д., Шишакова С. Ф. Еще раз к оценке точности решений контактных задач	84
Дзюба А. П., Манза В. П., Ткачева Т. В. Весовая оптимизация силовых шлангоутов оболочек	92
Летучая С. А. О контактном взаимодействии кольца и упругого ложемента	99
Павленко А. В., Маневич Л. И. К вопросу о разрушении односторонненных композитных материалов	105
Раздольский А. Г. Статическая устойчивость сжатого сквозного стержня из двутавровых ветвей, соединенных перекрестной решеткой	112
Стрижак Т. Г. О динамической устойчивости маятника, заполненного вязкой жидкостью, с выбирающей по вертикали точкой опоры	120
Рефераты	128