

ISSN 0536—1044

**ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ
УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ**

12
1989

МАШИНОСТРОЕНИЕ

К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДИСКОВ КРАНОВЫХ КОЛЕС

Д-р техн. наук, доц. В. П. ЕСАУЛОВ, канд. физ.-мат. наук А. В. СЛАДКОВСКИЙ

Расчеты ходовых колес мостовых кранов конструкции ГОСТ 3569—74 необходимо дополнять исследованием напряженного состояния элементов колес. В частности, найдены аналитические выражения для напряжений, возникающих в диске колеса под действием внешних нагрузок, приложенных к ободу. Рассмотрен пример расчета натурального колеса диаметром 500 мм. Приведены графики напряженного состояния в различных сечениях колеса.

Известно, что при расчете крановых конструкций размеры ходовых колес выбираются из расчета контактных напряжений в паре колесо — рельс [1]. При этом определяется диаметр рабочей поверхности катания колеса. Однако даже для стандартных колес [2] с одним диаметром существует возможность выбора толщины диска, его диаметров в зоне перехода к ступице и к ободу и других конструктивных параметров. При этом теоретическая масса колеса может изменяться более чем в 1,7 раза. Поэтому выбор конструкции колес по ГОСТ 3569—74 должен быть дополнен расчетом его напряженно-деформированного состояния, в частности, НДС его диска, который, за исключением контактной зоны, является наиболее нагруженной частью колеса.

Если остановиться на методиках расчета крановых колес, то безусловно нельзя их рассматривать в отрыве от аналогичных методик расчета железнодорожных колес. Анализируя их, отметим, что наиболее перспективными представляются расчеты, основанные на применении метода конечных элементов. В отличие от других методик они позволяют наиболее близко смоделировать форму колеса. Поэтому в [3] комплекс программ СПРИНТ (разработчик — Московский институт инженеров транспорта), предназначенный для расчета железнодорожных конструкций, был использован для расчета крановых колес. При этом использовались объемные (призматические) конечные элементы. Как следует из расчетной схемы, рассматривалась половина колеса и нагрузки, связанные с сопротивлением перекачиванию для приводных колес, не учитывались. Это не является принципиальным недостатком методики, так как при соответствующем изменении программы и двукратном уве-

личении числа конечных элементов можно было бы учесть напряжения вследствие сопротивления перекатыванию. Но количество элементов в радиальном направлении, на которые разбивается диск (3), явно недостаточно. Погрешность определения напряжений, связанная с конечно-элементной дискретизацией, может быть значительной. Следовательно, общий недостаток методик с использованием МКЭ при расчете крановых колес состоит в том, что невозможно использовать густые сетки объемных конечных элементов из-за небольшого объема оперативной памяти и невысокого быстродействия отечественных ЭВМ.

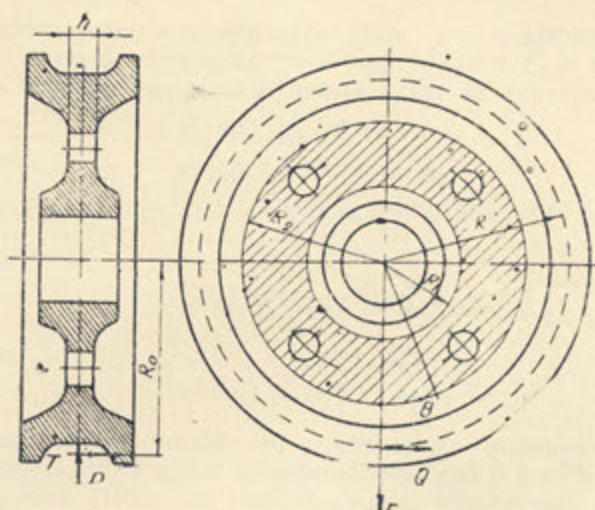


Рис. 1. Расчетная схема. Исследуемая область выделена штриховкой на виде слева

Нами была разработана методика расчета дисков крановых колес, основанная на применении методов теории функций комплексного переменного. На рис. 1 приведена расчетная схема кранового колеса. Обод и ступица в силу сравнительно большой толщины по сравнению с диском считаются жесткими. Тогда для диска могут быть использованы методы Н. И. Мусхелишвили [4]. Общее напряженное состояние от всей совокупности нагрузок можно представить в виде суперпозиции напряженных состояний от действия отдельных нагрузок. Таким образом решение находилось в виде суперпозиции решения задачи 1 о плоском деформировании диска под действием вертикальной силы P , задачи 2 о плоском кручении диска под воздействием силы сопротивления перекатыванию Q , задач 3 и 4 об осесимметричном изгибе диска и изгибе моментом. Две последние задачи обусловлены тем, что действие на реборду боковой силы T для рассматриваемой области может быть заменено действием по внешнему ее контуру напряжений, для которых главный вектор равен T , а главный момент — произведению T на радиус точки приложения силы.

Рассмотрим первую задачу. Под действием главного вектора на внешнем контуре он смещается параллельно себе на величину Δ , заранее неизвестную (осадка колеса). Для кругового кольца ставится вторая основная задача по Мусхелишвили [4]. Т. е. на всей границе задаются граничные условия в перемещениях, при этом необходимо найти комплексные функции ϕ и ψ , зависящие от комплексного переменного $z = x + iy = re^{i\theta}$, для которых на границе L рассматриваемой двусвязной области задано условие

$$\kappa \varphi(z) - z \overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} = 2\mu (g_1 + ig_2). \quad (1)$$

В (1) параметры κ и μ для обобщенного плоского напряженного состояния равны

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}, \quad (2)$$

где E — модуль упругости первого рода, ν — коэффициент Пуассона. Граница L является совокупностью внутреннего L_1 и внешнего L_2 контуров. Для принятой модели функции $g_i(z)$ на контурах L_i равны

$$g_1 = 0, \quad g_2 = 0 \quad \text{на } L_1, \quad (3)$$

$$g_1 = \Delta, \quad g_2 = 0 \quad \text{на } L_2. \quad (4)$$

В силу двухсвязности рассматриваемой области решение ищем в виде

$$\varphi(z) = \gamma_1 \ln z + \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z^k, \quad (5)$$

$$\psi(z) = \gamma_1' \ln z + \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k' z^k. \quad (6)$$

Подставляя решение (5), (6) в граничные условия (1) на каждом контуре, приравняв нулю коэффициенты при θ и $e^{i\theta k}$, найдем коэффициенты рядов. Приведем окончательные выражения для φ и ψ

$$\varphi(z) = \frac{\mu \Delta}{c} [x(R_1^2 + R_2^2) \ln z + z^2], \quad (7)$$

$$\psi(z) = \frac{\mu \Delta}{c} \left[-x^2(R_1^2 + R_2^2) \ln z + 2x^2(R_1^2 + R_2^2) \ln R_1 - 2R_1^2 - \frac{xR_1^2 R_2^2}{z^2} \right], \quad (8)$$

$$c = R_1^2 - R_2^2 - x^2(R_1^2 + R_2^2) \ln \frac{R_1}{R_2}. \quad (9)$$

В данных формулах R_1 и R_2 — радиус диска у ступицы и обода соответственно. Подставляя φ и ψ в формулы Мусхелишвили

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2[\varphi'(z) + \overline{\varphi'(\bar{z})}], \quad (10)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta + 2i\tau_{r\theta} = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)]e^{2i\theta}, \quad (11)$$

получим σ_r , σ_θ — радиальные и окружные нормальные напряжения и $\tau_{r\theta}$ — тангенциальные напряжения на боковой поверхности диска для задачи

$$\sigma_r = \frac{\mu \Delta}{c} \left[3 \frac{x(R_1^2 + R_2^2)}{r} + 2r + \frac{x^2(R_1^2 + R_2^2)}{r} - 2xR_1^2 R_2^2 \frac{1}{r^3} \right] \cos \theta, \quad (12)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\mu \Delta}{c} \left[\frac{x(R_1^2 + R_2^2)}{r} + 6r - \frac{x^2(R_1^2 + R_2^2)}{r} + 2xR_1^2 R_2^2 \frac{1}{r^3} \right] \cos \theta, \quad (13)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\mu \Delta}{c} \left[\frac{x(R_1^2 + R_2^2)}{r} + 2r - \frac{x^2(R_1^2 + R_2^2)}{r} - 2xR_1^2 R_2^2 \frac{1}{r^3} \right] \sin \theta. \quad (14)$$

Смещение Δ находится из условий равновесия

$$\Delta = \frac{cP}{2\mu\pi(1+x)x(R_1^2 + R_2^2)h}, \quad (15)$$

где h — толщина диска.

Для второй задачи может быть использован тот же подход. Пусть под влиянием силы сопротивления перекачиванию или тягового усилия возникает крутящий момент $M_{кр} = QR$, где R — радиус поверхности катания колеса. При этом внешний контур поворачивается относительно внутреннего на угол ξ (угол закручивания диска). Тогда функции $g_i(z)$ могут быть записаны в виде (3) на контуре L_1 и

$$g_1 = -R_2 \xi \sin \theta, \quad g_2 = R_2 \xi \cos \theta \quad \text{на } L_2, \quad (16)$$

Граничное условие (1) на контуре L_2 будет иметь вид

$$z\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} = 2\mu R_2 \xi e^{i\pi/2} e^{i\theta}. \quad (17)$$

Подставляя (5), (6) в граничные условия, найдем функции φ и ψ

$$\varphi(z) = \frac{2\mu R_2^2 \xi i}{(z+1)(R_2^2 - R_1^2)}, \quad (18)$$

$$\psi(z) = -\frac{2\mu R_1^2 R_2^2 \xi i}{(R_2^2 - R_1^2)} \frac{1}{z}. \quad (19)$$

Используя (10), (11), находим напряжения

$$\sigma_r = 0, \quad \sigma_\theta = 0, \quad (20)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{2\mu R_1^2 R_2^2 \xi}{(R_2^2 - R_1^2)} \frac{1}{r}. \quad (21)$$

Таким образом, каждый элемент диска находится в состоянии чистого сдвига, что соответствует кручению. Для определения угла найдем момент $M_{кр}$

$$M_{кр} = \int_0^{2\pi} \tau_{r\theta}(R_2, \theta) h R_2^2 d\theta. \quad (22)$$

Тогда

$$\xi = \frac{M_{кр}(R_2^2 - R_1^2)}{4\pi\mu R_1^2 R_2^2 h}. \quad (23)$$

Для определения напряженного состояния, соответствующего третьей и четвертой задаче, воспользуемся решениями Г. Н. Савина и Н. П. Флейшмана [5]. От действия бокового усилия T на реборду колеса в диске возникает изгибающий момент $M = TR_0$, где R_0 — расстояние от точки приложения силы T к реборду до оси. Тогда решение задачи 3 в перемещениях w (прогиб) имеет вид

$$w = \left[\frac{MR_2}{8\pi D} \left[(1 - 2c_1) \frac{r}{R_2} + (c_1 - 1) \frac{r^3}{R_2^3} + 2 \frac{r}{R_2} \ln \frac{r}{R_2} + c_1 \frac{R_2}{r} \right] + \right. \\ \left. + B \left[2 \frac{r}{R_2} - \frac{r^3}{R_2^3} - \frac{R_2}{r} \right] \right] \cos \theta, \quad (24)$$

$$\text{где} \quad c_1 = \frac{3 + \nu - \eta^2(1 + \nu)}{3 + \nu + \eta^2(1 - \nu)}, \quad \eta = \frac{R_2}{R_1}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (25)$$

$$B = -\frac{MR_2}{4\pi D} \frac{\eta^2(\eta^2 - 1)}{(\eta^2 + 1)[3 + \nu + \eta^2(1 - \nu)]}. \quad (26)$$

Для определения напряжений изгиба σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$, например

$$\sigma_r = \frac{6}{h^2} M_r, \quad (27)$$

необходимо найти изгибающие моменты M_r , M_θ , $H_{r\theta}$. Для этого используются формулы теории оболочек в полярных координатах, например

$$M_r = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right). \quad (28)$$

Для задачи 4 воспользуемся также решением [5]. После преобразований, сводящих решение [5] к поставленной задаче, получим выражение для прогибов

$$w = -\frac{TR_2}{8\pi D(\gamma^2 - 1)} \left\{ \left[\frac{\gamma^2 + 1}{2} - 1 + \ln \gamma \right] \left(1 - \frac{r^2}{R_2^2} \right) - \left[2 \ln \gamma + (\gamma^2 - 1) \frac{r^2}{R_2^2} \right] \ln \frac{R_2}{r} \right\}. \quad (29)$$

Суммарные напряжения σ_r , σ_θ и $\tau_{r\theta}$ получаются суперпозицией напряжений, определяемых по (12)–(14), (20), (21) и (27). В качестве примера расчета на рис. 2 показаны напряжения в диске реального ходового колеса в сечениях $\theta = 0-180^\circ$ (рис. 2, а) и $\theta = 90-270^\circ$ (рис. 2, б). Параметры колес и нагрузок на них взяты из [1, 2], [6]. В частности, $P = 129$ кН, $T = 1,47$ кН, $Q = 4,7$ кН, $R = 250$ мм, $R_1 = 122,5$ мм, $R_2 = 176,7$ мм, $R_0 = 262,5$ мм. Напряжения σ_r находятся в диапазоне от $-7,9$ до $6,8$ МПа. Максимальные касательные напряжения $\tau_{r\theta} = 4,4$ МПа. Наиболее нагруженной является приступичная зона диска.

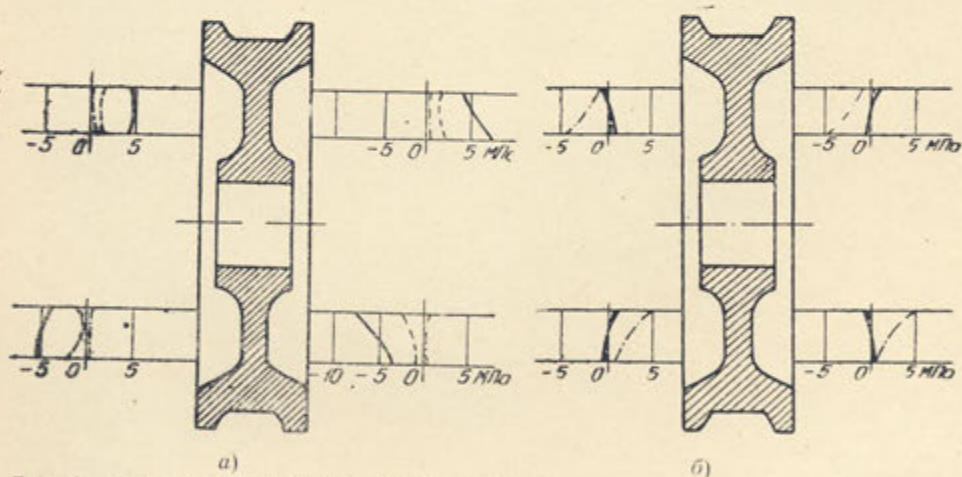


Рис. 2. Графики напряжений в диске кранового колеса: — σ_r , — σ_θ , — $\tau_{r\theta}$ в сечениях а) $\theta = 0-180^\circ$, б) $\theta = 90-270^\circ$

Таким образом, получены аналитические выражения для напряжений, возникающих в диске кранового колеса под действием всей совокупности внешних нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Иванченко Ф. К. и др. — К.: Вища школа, 1978.—574 с.
2. ГОСТ 3569—74. Колеса крановые. — М.: Изд-во стандартов, 1974.
3. Аникеева Ф. Л. Пути повышения долговечности крановых ходов колес / сб.: Подъемно-транспортное оборудование. Обзорная информация — Вып. 8. — М.: Изд-во ЦНИИТЭИтяжмаш, 1984.—36 с.

4. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966.—708 с.
5. Савин Г. Н., Флейшман Н. П. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. — К.: Наукова думка, 1964.—384 с.
6. Глушко М. Ф., Сухомлин М. Н. Статические боковые усилия на ходовые колеса мостовых кранов / сб.: Детали машин и подъемно-транспортные машины. — Вып. 8. — К.: Техника, 1968.—С. 95—98.

Статья поступила 3 ноября 1988 г.