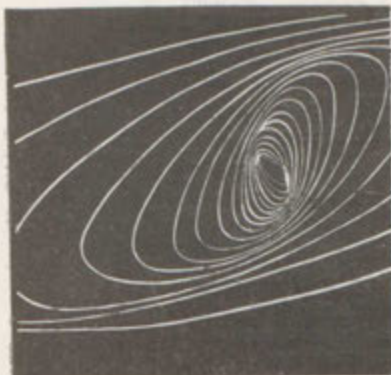


ISSN 0556-171X

**ПРОБЛЕМЫ
ПРОЧНОСТИ 5
1990**





ПРОБЛЕМЫ ПРОЧНОСТИ

Всесоюзный научно-технический журнал
Института проблем прочности АН УССР
Основан в июле 1969 г. Выходит ежемесячно

№ 5 [251] май 1990 г.

Киев Наукова думка



Содержание

Научно-технический раздел

- КАДАШЕВИЧ Ю. И., ПЕЙСАХОВ А. М., ПОМЫТКИН С. П. О локальных законах неупругого деформирования нестабильных материалов 3
- СОСНОВСКИЙ Л. А. Статистическая модель деформируемого твердого тела с опасным объемом и некоторые ее приложения. Сообщение 1 8
- СОСНОВСКИЙ Л. А. Статистическая модель деформируемого твердого тела с опасным объемом и некоторые ее приложения. Сообщение 2. 12
- БОБЫРЬ Н. И., МУКОИДА О. Н. Уравнения состояния конструкционных материалов в условиях многоосной циклической ползучести с учетом повреждаемости 17
- ГОЛУБ В. П., СИНАЙСКИЙ Б. Н., ЯЩУК Н. В. К задаче об идентификации параметров установившейся ползучести жаропрочных материалов 22
- АРШАКУНИ А. Л., ЧЕРЕДЕЕВА Л. В. К выбору определяющих соотношений длительной прочности металлов 26
- КРИВЕНЮК В. В. О взаимообусловленности решения задач описания и анализа особенностей высокотемпературной ползучести металлических материалов . 31
- РЫБНИКОВ А. И., ГЕЦОВ Л. Б., МАЛАШЕНКО И. С. Долговечность жаропрочных сплавов с защитными покрытиями при термоциклическом нагружении . . . 35
- БУХАНОВСКИЙ В. В., ХАРЧЕНКО В. К., КРАВЧЕНКО В. С., КАСЬЯН К. Н., ОНОПРИЕНКО А. А., ОЛЬШАНСКИЙ А. Б., ЗАПОЛЬ М. Ю. Кратковременная ползучесть, длительная прочность и разрушение молибден-вольфрамовых сплавов при высоких температурах 41
- ДРАГАН В. И., СЕМЕНЮК С. М., МИТЧЕНКО Е. И., МЕРКУЛОВ В. О. Влияние асимметрии цикла нагружения, концентрации напряжений и фреттинг-коррозии на сопротивление усталости сплава Д16АТ 47
- ГЕЦОВ Л. Б., РЫБНИКОВ А. И., МАЛАШЕНКО И. С., ЯКОВЧУК К. Ю., БЕЛОЛИПЕЦКИЙ Ю. П., ТОРГОВ В. Н. Сопротивление усталости жаропрочных сплавов с покрытиями 51
- МОЛОДОВ Д. А., САФРОНОВ С. В. Влияние коэффициента асимметрии на характер разрушения и деформацию поверхность усталостных изломов . . . 56
- СТРИЖАЛО В. А., БУГАЕВ В. Ю., МЕДВЕДЬ И. И. Влияние масштабного фактора на особенности деформирования конструкционных сплавов при статическом растяжении в условиях глубокого охлаждения (4,2 К) 61

Определение погрешности дискретизации при конечноэлементном расчете железнодорожных колес

Определены погрешности конечноэлементной (КЭ) дискретизации путем сравнения результатов, полученных конечноэлементным расчетом, с известными точными решениями для дисков. Найдена оптимальная дискретизация диска железнодорожного колеса для проведения расчета на ЭВМ ЕС-1045 с использованием осесимметричных треугольных симплекс-элементов.

В настоящее время метод конечных элементов (МКЭ) с успехом применяется для изучения напряженно-деформированного состояния железнодорожных колес. Так, при исследовании контактных напряжений для колес со спицевыми колесными центрами в местах посадки бандажа на колесный центр и в зоне запрессовки колеса на ось использованы треугольные симплекс-элементы [1]. Задачу решали в плоской постановке и, естественно, профиль обода не учитывали. Однако толщину бандажа, как и натяги, варьировали. Для цельнокатаных колес данный подход неприемлем, так как задача является объемной. Многие исследователи рассматривали ее в осесимметричной постановке. При этом можно учитывать температурные напря-

жения, усилия запрессовки, центробежные напряжения. Однако статические и динамические усилия, воздействующие на колесо, учесть невозможно.

Ранее [2] предпринята попытка с помощью полуаналитического МКЭ учесть действующие нагрузки. Для этого использовали конечноэлементную сетку из треугольных в сечении элементов, содержащую 255 узловых окружностей. Сеткой покрывали не только колесо, но и близлежащий участок оси. Такой подход правомерен, однако сделанный в [2] вывод сводит на нет предыдущие усилия по построению расчетной схемы полуаналитического МКЭ. Например, утверждается [2], что «можно учитывать только один член ряда сосредоточенных нагрузок ($n=1$), что значительно сокращает вычислительный процесс и обеспечивает требуемую точность результатов». Первое — очевидно, но точность решения будет мала. Это подтверждается данными работы [3], где учитывается 5000 членов ряда, однако конечноэлементная схема не приведена.

Более густая КЭ-сетка (до 1400 узлов) использована в статье [4], в которой также применен полуаналитический МКЭ и говорится о возможности выбора до 60 членов ряда Фурье, но результаты расчетов даны только для осесимметричного случая, т. е. для одного члена ряда.

Оценим погрешность, вносимую в решение при КЭ-дискретизации. Наиболее «опасным» в плане погрешности расчета является диск колеса как наиболее тонкий участок, имеющий возможность сравнительно большого изгиба. Поскольку для различных конструкций колес форма диска довольно сложная, причем аналитическое решение для него отсутствует, изучим модельную задачу о деформации плоского диска постоянной толщины, для которой существуют аналитические решения.

Рассмотрим диск постоянной толщины $h = 2$ см, внутренний и внешний контуры которого описываются окружностями радиусами $R_1 = 14,5$ см и $R_2 = 39,5$ см соответственно. Для него проводится КЭ-дискретизация, причем КЭ-сетка построена из осесимметричных треугольных симплекс-элементов. Количество узловых окружностей варьировали. Используемая модель полуаналитического МКЭ описана ранее [5]. Отметим, что полученные системы линейных алгебраических уравнений большого (до 4800) порядка решали методом Гаусса.

В качестве теста по нулевой гармонике принята задача Ламе для данного диска в том случае, если на его внешнем контуре действует равномерно распределенное давление p_2 , а на внутреннем — p_1 . Тогда для перемещений в радиальном направлении для точек диска с радиальной координатой r справедливо выражение

$$u_r = \frac{1}{E(R_2^2 - R_1^2)} \left\{ \left[(1 + \nu) \frac{R_1^2 R_2^2}{r} + (1 - \nu) R_1^2 r \right] p_1 - \left[(1 + \nu) \frac{R_1^2 R_2^2}{r} + (1 - \nu) R_2^2 r \right] p_2 \right\}, \quad (1)$$

где E — модуль упругости первого рода; ν — коэффициент Пуассона.

Формула (1) получена с применением известных рекомендаций [6] для плоского напряженного состояния. В качестве примера взяты такие параметры нагрузки: $p_1 = 0$, $p_2 = 50,0$ МПа и КЭ-сетки: $n_h \times n_r = 10 \times 10$ (n_h — количество узлов по толщине, n_r — по радиусу диска). Тогда максимальные перемещения, определенные МКЭ на внешнем контуре, $u_r(R_2) = 0,01002$ см.

С помощью выражения (1) найдено точное решение, свидетельствующее, что относительная погрешность δ решения МКЭ составляет 0,52 %. В этом случае использовали представления чисел в оперативной памяти ЭВМ серии ЕС с одинарной точностью, т. е. 4 байта. Примененные представления чисел с удвоенной точностью

позволяет снизить погрешность решения до 0,00124 %. Отметим, что при уменьшении дискретности КЭ-сетки погрешность возрастает. Например, для $n_h \times n_r = 5 \times 5$ погрешность δ составляет 0,6 %. (Здесь и далее расчеты МКЭ проводили с удвоенной точностью.) Такая погрешность для достаточно малой КЭ-дискретизации была бы удовлетворительной, если бы для других гармоник, а также видов нагружения она не увеличивалась. Однако при изучении плоской задачи для первой гармоники относительная погрешность решения МКЭ значительно повышается.

Рассмотрим следующую задачу для диска, размеры которого указаны выше. Внутренний контур диска неподвижен, а внешний под действием вертикальной силы смещается как жесткое целое на величину осадки $\Delta_r = -0,01$ см. Тогда в узлах внешнего контура можно определить нормальные σ_r и касательные $\tau_{r\theta}$ напряжения. Средняя величина этих напряжений по всем узловым окружностям для точек, имеющих координату $r = R_2$, представлена в табл. 1. Точное решение для данной задачи с использованием результатов [7] может быть приведено в виде

$$\sigma_r(r = R_2, \theta = 0^\circ) = \frac{c}{kR_2} [\chi(3 + \chi)(R_1^2 + R_2^2) + 2R_2^2 - 2\chi R_1^2]; \quad (2)$$

$$\tau_{r\theta}(r = R_2, \theta = 90^\circ) = \frac{c}{kR_2} [\chi(1 - \chi)(R_1^2 + R_2^2) + 2R_2^2 - 2\chi R_1^2], \quad (3)$$

где

$$k = 2 \left[R_1^2 - R_2^2 - \chi^2 (R_1^2 + R_2^2) \ln \frac{R_1}{R_2} \right];$$

$$\chi = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}; \quad c = \frac{E \Delta_r}{1 + \nu}. \quad (4)$$

Подставляя значения всех параметров в формулы (2) — (4), для точного решения получим

$$\sigma_r = -64,62 \text{ МПа}; \quad \tau_{r\theta} = 5,292 \text{ МПа}. \quad (5)$$

С помощью напряжений (5) можно определить погрешность решения МКЭ для каждой КЭ-дискретизации (табл. 1).

Анализируя погрешности δ_σ и δ_τ , заметим, что в отличие от первой задачи погрешность КЭ-дискретизации сетки 10×10 не может быть удовлетворительной ($\delta_\tau > 10\%$). Это объясняется прежде всего вытянутостью отдельного конечного элемента. При равномерном разбиении исследуемой области длина конечного элемента в радиальном направлении больше его длины в осевом направлении в 12,5 раза. Для более дискретных по радиусу КЭ-сеток погрешность расчетных величин уменьшается до тех пор, пока длины элементов в радиальном и осевом направлениях не будут «измеримы» (на-

Таблица 1

Влияние КЭ-дискретизации на результаты решения задачи о плоской деформации диска (первая гармоника)

n_h	n_r	σ_r (МПа) при $\theta=0^\circ$	$\delta\sigma_r$ %	$\tau_{r\theta}$ (МПа) при $\theta=90^\circ$	$\delta\tau_{r\theta}$ %
10	10	-66,424	2,792	4,760	10,05
10	20	-65,467	1,001	5,028	4,989
10	40	-65,102	0,746	5,137	2,929
10	80	-64,971	0,542	5,177	2,173

Таблица 2

Влияние КЭ-дискретизации на результаты решения задачи об изгибе диска (нулевая гармоника)

n_h	n_r	T , кН	δT %	t	M , Кбайт
5	10	56,15	190,8	0 м 25 с	128
5	20	29,87	54,71	0 м 50 с	128
5	40	23,81	23,34	1 м 46 с	256
5	80	22,34	15,73	3 м 41 с	384
5	160	21,97	13,80	7 м 36 с	768
10	10	54,12	180,1	1 м 11 с	256
10	20	27,68	43,39	2 м 50 с	384
10	40	21,56	11,72	4 м 37 с	704
10	80	20,07	3,954	8 м 44 с	1344
10	160	19,65	1,822	18 м 33 с	2624
15	10	53,87	179,0	2 м 13 с	384
15	20	27,41	41,97	5 м 56 с	768
15	40	21,27	10,20	8 м 47 с	1472
15	80	19,71	2,127	19 м 11 с	2816

пример, для сетки 10×80). Дальнейший рост дискретности по координате r не приводит к повышению точности решения, необходимо увеличивать также дискретность по толщине.

Отметим, что увеличение значений n_r и n_h не равнозначно, так как с увеличением n_h возрастает ширина ленты разрешающей системы уравнений, т. е. объем оперативной памяти и общий объем вычислений повышаются значительно быстрее, чем с ростом n_r . Таким образом, главное ограничение на размерность задачи накладывается величиной n_h .

Наиболее существенно погрешность КЭ-дискретизации проявляется в случае наличия изгиба диска. Рассмотрим нулевую гармонику при изгибе диска, когда внутренний и внешний контуры жестко заделаны, но под воздействием осевой силы последний может смещаться в осевом направлении, что вызывает осесимметричный изгиб диска. Заданный максимальный прогиб диска $\Delta_z = 0,01$ см. Тогда для осевой силы T с помощью известных данных [7] получим

$$T = \frac{8\pi D \Delta_z}{R_2^2 \left(\frac{\eta^2 + 1}{2\eta^2} - \frac{1}{\eta^2} - \frac{2 \ln^2 \eta}{\eta^2 - 1} \right)}, \quad (6)$$

где

$$\eta = \frac{R_2}{R_1}; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (7)$$

Подставляя в (6) и (7) величины параметров, получим точное значение $T = 19,307$ кН. Соответствующие значения T , найденные по КЭ-расчету, и их относительная погрешность δT для различных КЭ-дискретизаций приведены в табл. 2. Как видно, малое количество узлов по толщине обода $n_h \leq 5$ [2] приводит к большой погрешности решения, особенно при необходимости учета изгиба диска колеса в случае действия боковой силы. Установлено, что даже сравнительно хорошая дискретизация диска (13×16), принятая ранее [4], дает погрешность 66,54 %. Столь большая величина, как вытекает из данных табл. 1, обусловлена вытянутостью конечных элементов в радиальном направлении.

Следовательно, при использовании различных вариантов МКЭ для расчета железнодорожных колес необходимо найти оптимальную КЭ-дискретизацию диска. Критерием оптимальности должна служить погрешность δ расчета, а ограничения накладываются объемом оперативной памяти M и процессорным временем решения задачи t . В табл. 2 приведены процессорное время счета на ЭВМ ЕС-1045 и оперативная память для шага задания, выделяемая виртуально.

Анализ данных таблицы показывает, что КЭ-дискретизация диска 10×80 для такого типа ЭВМ при расчете железнодорожных колес с использованием полуаналитического МКЭ является оптимальной. Погрешность расчета не превышает 4 %. Большая КЭ-дискретизация диска по любой координате погрешность расчета существенно не уменьшает, при этом значительно возрастают величины t и M и расчет вообще невозможен.

Таким образом, определены погрешности дискретизации при КЭ-расчете дисков колес и найдена оптимальная дискретизация диска для проведения расчетов на ЭВМ ЕС-1045 с использованием осесимметричных треугольных симплекс-элементов. Аналогичные исследования могут быть выполнены в случае применения других типов ЭВМ и конечных элементов.

Summary

Errors of the finite-element digitization are determined by comparing results obtained by the finite-element calculation with the known exact solutions for discs. An optimal digitization of the rail-road wheel disc is found to make calculation on the Unified System computer ES-1045 using axisymmetrical triangular simplex-elements.

1. Исследование прочности соединений колесной пары со спицевыми центрами / В. И. Сакало, В. А. Мазарский, Ю. П. Подлеснов, А. Б. Адиклис // Вестн. ВНИИЖТ. — 1982. — № 2. — С. 39—41.
2. Савчук О. М., Пастернак Н. А., Сборническая В. В. Уточненный расчет напряжений в осях вагонных колесных пар // Там же. — 1981. — № 6. — С. 45—48.

3. Рузин, Клешульте, Кофлин. Применение метода конечных элементов для расчета усовершенствованных конструкций колес железнодорожных вагонов // Конструирование. — 1979. — 101, № 3. — С. 220—227.
4. Альтенбах И., Андреев А. Г., Фриче Г. Расчет напряжений и деформаций в вагонных колесах // Динамика и прочность машин. — 1978. — Вып. 28. — С. 126—133.
5. Есаулов В. П., Сладковский А. В. Применение полуаналитического МКЭ к расчету тел вращения под действием неосесимметричной нагрузки. — Днепропетровск, 1989. — 18 с. — Деп. в УкрНИИНТИ 02.01.89, № 14.

6. Рекач В. Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. — М.: Высш. шк., 1984. — 227 с.
7. Моссаковский В. И., Есаулов В. П., Сладковский А. В. Определение напряжений в плоском диске железнодорожного колеса. — Днепропетровск, 1988. — 14 с. — Деп. в УкрНИИНТИ 19.09.88, № 2398.

Днепропетр. металлург. ин-т

Поступила 30.08.89